



SEMINARIUM MATEMATYKA DYSKRETNA

wtorek, 28 października 2025 r., godz. 12:30, s. 612 C7

Sprawiedliwy podział naszyjnika to za mało – o słowach bez tangramów

Jakub Przybyło

WMS AGH

(praca wspólna z M. Dębskim, J. Grytczukiem, B. Pawlikiem i M. Śleszyńską-Nowak)

Tangram to słowo, w którym każda litera występuje parzystą liczbę razy. Takie słowo można pociąć na części, które da się ułożyć w dwa identyczne słowa. Minimalna liczba cięć potrzebna do tego celu nazywana jest *liczbą cięciową*. Przykładowo, słowo 01020102 jest tangramem o liczbie cięciowej równej jeden (0102|0102), podczas gdy słowo 0101023023 jest tangramem o liczbie cięciowej równej dwa (01|01023|023). Tangramy o liczbie cięciowej równej jeden pokrywają się z dobrze znaną rodziną słów nazywanych *kwadratami*, mających postać UU dla pewnego niepustego słowa U .

Słowo W *unik*a słowa T , jeśli nie jest możliwe przedstawienie go w postaci $W = ATB$ dla żadnych słów A i B (być może pustych). Słynne twierdzenie Thuego z roku 1906 stwierdza, że istnieją dowolnie długie słowa unikające kwadratów nad alfabetem zawierającym jedynie *trzy* litery. Ile liter potrzeba, by uniknąć tangramów o liczbie cięciowej co najwyżej k , dla dowolnie ustalonej liczby $k \geq 1$? Niech $t(k)$ oznacza minimalny rozmiar alfabetu potrzebnego do tego celu. Na mocy wyniku Thuego mamy $t(1) = 3$, co także łatwo implikuje $t(2) = 3$.

W trakcie referatu zaprezentuję szkic dowodu, iż $t(k) = \Theta(\log_2 k)$. Jest on częściowo oparty o zastosowanie metody *kompresji entropii*. Wykorzysta także tzw. *słowa Zimina*. Za pomocą innej metody dowiedzimy również, że $t(k) \leq k + 1$ dla wszystkich $k \geq 4$, co daje dokładniejsze oszacowania wartości $t(k)$ dla małych k . Dowód tego ostatniego rezultatu wykorzystuje *słowa Dejeana* oraz pewną ciekawą własność *słów Gaussa*.